

Etude de la convection mixte dans un conduit cylindrique. Approches analytique/numérique et détermination expérimentale de la température de paroi par thermographie infrarouge

C. ABID, F. PAPINI, A. ROPKE et D. VEYRET

I.U.S.T.I., (U.A. associée au C.N.R.S. N° 1168), Université de Provence, Centre de Saint Jérôme,
13397 Marseille Cedex 20, France

(Reçu 29 mars 1993 et sous forme finale 7 juin 1993)

Résumé—L'écoulement d'un fluide, en régime laminaire, dans un conduit horizontal, avec apport d'énergie à la paroi, est le siège d'un phénomène de convection mixte induisant un gradient de température dans une section droite, mesuré sur la paroi par thermographie infrarouge. L'objectif de cet article est de présenter l'aspect expérimental ainsi qu'une étude analytique conduisant à la mise en évidence de certains paramètres permettant de prendre en compte le phénomène de convection mixte et, partant, de traduire le comportement thermique du conduit. L'approche numérique, basée sur le couplage des équations de Navier-Stokes et de l'énergie, complète cette étude par la visualisation de l'écoulement secondaire ainsi que du champ de température dans une section droite.

1. INTRODUCTION

LE BUT de cet article réside dans la présentation conjointe de l'étude expérimentale, analytique et numérique du phénomène de convection mixte régissant le transfert de chaleur dans un conduit horizontal parcouru par un fluide en régime laminaire et soumis, à la paroi, à une source de chaleur continue et uniformément distribuée.

Les transferts de chaleur entre fluide et paroi, lorsque celle-ci est soumise à un flux imposé, revêtent une grande importance dans la conception des échangeurs de chaleur en vue de diverses applications industrielles pouvant même concerner l'agroalimentaire et le biomédical.

Depuis les années 1930, un grand nombre de publications ont paru [1–8]. Les auteurs se sont plus spécialement intéressés à l'établissement de corrélations analytiques du nombre de Nusselt à l'aide de données expérimentales. Ce n'est que plus récemment que le problème a été abordé numériquement par la détermination de profils de vitesses et l'étude locale de la convection mixte [9–15]. Ces études ont porté sur des géométries diverses et des conditions aux limites différentes en vue de l'établissement de corrélations relatives au nombre de Nusselt local. En particulier, dans le cas d'un conduit horizontal, il a été montré la présence de rouleaux convectifs dus à des écoulements secondaires, à l'origine de la création d'un gradient de température entre la partie haute et la partie basse du tube, dans une section droite.

Les progrès récents en matière d'utilisation de techniques non intrusives de mesure des températures, comme la thermographie infrarouge, nous ont con-

duit à pousser l'investigation pour tenter de mieux corréler les aspects expérimentaux, analytiques et numériques.

C'est ainsi que notre travail sera essentiellement réservé à la description du comportement de l'écoulement en fonction de paramètres essentiels et ceci grâce, en particulier, à la comparaison des résultats obtenus par voie expérimentale et analytique. Cette analyse sera complétée par une approche numérique.

2. LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

L'installation expérimentale comporte les éléments suivants (Fig. 1) :

- Un conduit cylindrique en inconel, de 2 m de longueur, de 1 cm de diamètre extérieur et de 0,2 mm d'épaisseur, est parcouru par de l'eau. Le circuit fluide muni d'une pompe de reprise et d'un écoulement libre à la sortie assure un débit constant mesuré par un débitmètre à bille étaloné. Le conduit n'est pas isolé extérieurement et comporte une zone centrale de 1 m, revêtue d'une peinture noire de forte émissivité dans l'infrarouge, soumise à une tension électrique continue. La résistance électrique R du tube métallique est de 0,16 Ω . L'inclinaison du conduit, par rapport à l'horizontale, est réglable entre 0 et 90°.

- Une alimentation électrique de puissance, commandable en intensité, permet de fournir un courant continu dont la valeur maximale peut atteindre 75 A. La borne d'alimentation, située à l'entrée de la zone chauffée, est refroidie à la même température que le circuit primaire de l'échangeur; ainsi, les conditions d'entrée du fluide sont constantes et connues, quelle

NOMENCLATURE

c	chaleur massique du fluide	T_0	température ambiante
E	puissance incidente par unité de surface	T_b	température du bas du conduit dans la zone asymptotique
H	coefficient d'échange relatif aux rouleaux convectifs	T_h	température du haut du conduit dans la zone asymptotique
h	coefficient d'échange global paroi extérieurement	T_e	température d'entrée du fluide
h_f	coefficient d'échange moyen paroi-fluide	T_f	température de mélange du fluide
$h_f(\theta)$	coefficient d'échange local paroi-fluide	T_m	température moyenne de la paroi
I	intensité du courant	v	vitesse moyenne du fluide
Nu	nombre de Nusselt moyen	y	coordonnée verticale (origine sur l'axe du conduit)
$Nu(\theta)$	nombre de Nusselt local	z	coordonnée axiale.
R	résistance électrique du conduit		
r	rayon interne du conduit		
S	surface latérale du conduit		
s	section du conduit		
T	température		

Symbol grec

ρ	masse volumique du fluide
θ	angle polaire.

que soit la valeur du courant d'alimentation. Les zones non chauffées, à l'entrée et à la sortie du tube, permettent d'assurer l'établissement du profil de vitesse du fluide, de forme parabolique.

La température de la paroi externe est mesurée grâce à un appareillage de thermographie infrarouge opérant dans la bande 3-5 μm (AGEMA SW 880). Un dispositif de digitalisation sur 4096 niveaux est utilisé après amplification du thermosignal avec un gain de 8; ceci revient à utiliser environ 32 000 niveaux binaires pour toute la dynamique de l'appareillage. De plus, une procédure de moyenne temporelle en temps réel permet de réduire le bruit de fond et donc d'augmenter la résolution de mesure; on utilise généralement une moyenne sur 100 images soit une réduction du bruit dans un rapport 10. L'ensemble du dispositif est étalonné par rapport à une 'référence thermorayonnante'. Enfin, on dispose de 8 pixels (ou points d'image) sur une demi-section droite du conduit. Deux miroirs de renvoi, placés de part et

d'autre du conduit, peuvent être déplacés, avec la tête de la caméra, le long de celui-ci et permettent d'obtenir, sur la même image, trois vues de la demi-circconférence correspondant à la partie supérieure, latérale et inférieure; certaines informations peuvent d'ailleurs être redondantes.

3. DESCRIPTION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET APPROCHE ANALYTIQUE

L'examen de l'évolution du profil de température, le long d'une section droite, le tube étant horizontal, révèle une différence de température entre le haut $T(0)$ et le bas $T(\pi)$. Pour des conditions de débit et de courant données, cette différence varie avec l'angle d'inclinaison du conduit par rapport à l'horizontale, selon le graphe de la Fig. 2. Le tube étant vertical, cette différence n'existe plus. On constate l'influence de la force de gravité et donc de la convection mixte dans la distribution de température le long d'une section droite. Toute l'étude qui va suivre est réservée au cas d'un conduit horizontal.

La longueur limitée du tube (1 m), nous a conduit à opérer à faible débit afin de visualiser l'établissement des régimes d'écoulement. Le temps de parcours moyen du fluide, depuis l'entrée jusqu'à la cote z , est égal à z/v ; or, l'accroissement de l'énergie interne d'une tranche fluide, d'épaisseur dz , est proportionnelle à ce temps. Ceci implique un état thermique identique pour toute tranche correspondant à la même valeur du paramètre z/r , quelles que soient la vitesse moyenne du fluide v et la cote z considérée. Ainsi, sur la Fig. 3, on a tracé l'évolution de la température du haut et du bas du tube en fonction du paramètre (z/r) . Nous distinguons deux zones: une zone AB d'établissement hydrodynamique et une zone BC établie hydrodynamiquement et en établissement thermique.

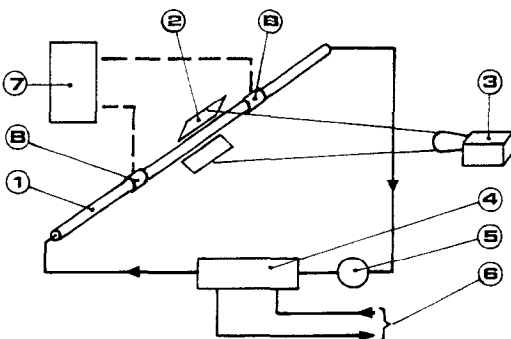


FIG. 1. Ensemble du dispositif expérimental. B. Bornes d'alimentation électrique. 1. Zone d'établissement hydraulique. 2. Miroirs de renvoi. 3. Caméra infra-rouge. 4. Echangeur. 5. Débitmètre. 6. Fluide de refroidissement. 7. Générateur de puissance.

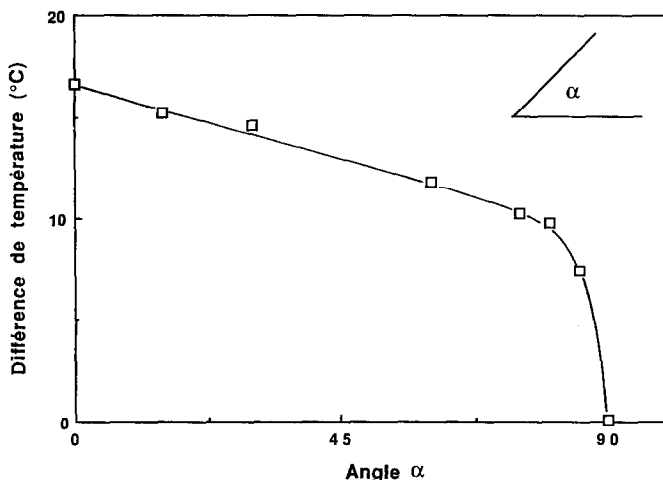


FIG. 2. Evolution de l'écart de température, exprimé en °C, entre le haut et le bas du tube en fonction de l'angle d'inclinaison α du conduit par rapport à l'horizontale.

A l'entrée de la zone AB, on assiste à la naissance des rouleaux convectifs. Cet écoulement secondaire évolue en se renforçant jusqu'à atteindre son établissement. Une approche analytique a été faite dans cette première zone afin de décrire les différents échanges. Pour cela, nous avons assimilé les profils de température à la paroi, sur une demi circonférence, à des courbes de Gauss selon une relation du type (notons que le fait de considérer que la température du bas du conduit est atteinte pour l'angle $\theta = \pi$, entraîne au plus une erreur de 1°C, compte tenu du domaine de température dans lequel on opère) :

$$T(\theta) = \{T(0) - T(\pi)\} \exp(-\gamma\theta^2) + T(\pi). \quad (1)$$

Ceci correspond en fait au choix de deux températures de référence sur la paroi dont les évolutions

dépendent de celle de l'écoulement. Ainsi, la Fig. 4 montre les distributions de température et les courbes de Gauss correspondantes pour trois intensités, z et v étant fixées. La valeur de γ est indépendante de I .

Par ailleurs, la Fig. 5 donne l'évolution de ce même profil à intensité constante, mais avec deux valeurs de z et de v tel que leur rapport soit identique. Dans ce cas, γ ne varie pas lorsque le rapport z/v reste constant.

A partir des valeurs expérimentales de la température de paroi relevée dans chaque section droite et après assimilation de ces distributions à des courbes de Gauss, il est possible de déterminer l'évolution du paramètre γ en fonction de z/v . La Fig. 6 montre cette évolution. La procédure de détermination de γ entraîne une dispersion des valeurs obtenues et ceci est d'autant plus vrai que l'on se rapproche de l'entrée du conduit. Néanmoins, cette représentation fait

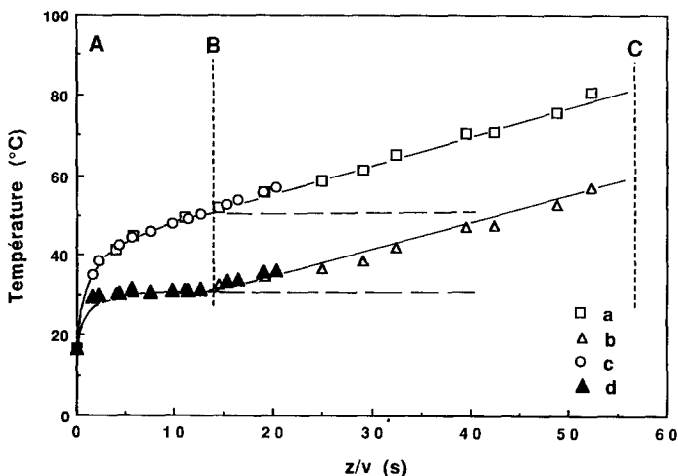


FIG. 3. Evolution des températures $T(0)$ et $T(\pi)$, exprimées en °C, en fonction du rapport z/v , évalué pour deux vitesses différentes : (a) et (b) représentent $T(0)$ et $T(\pi)$ pour $v = 1,7 \text{ cm s}^{-1}$; (c) et (d) représentent $T(0)$ et $T(\pi)$ pour $v = 4,5 \text{ cm s}^{-1}$.

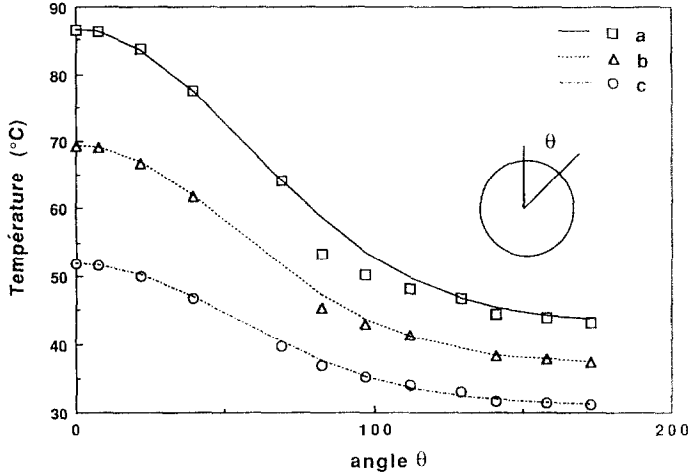


FIG. 4. Evolution de la température de paroi en fonction de l'angle θ pour trois intensités différentes et une même valeur de z/r ; les traits pleins représentent les courbes de Gauss correspondantes: (a) $I = 65$ A; (b) $I = 56$ A; (c) $I = 45$ A.

apparaître l'allure de l'évolution de γ et, plus particulièrement, met en évidence l'existence d'une valeur limite lorsque z/r augmente.

L'ensemble de ces résultats expérimentaux doit permettre d'aborder la caractérisation du comportement thermique de cet écoulement. Pour cela, nous avons extrapolé notre investigation au régime asymptotique afin de dégager la valeur limite de divers paramètres. Cette zone fictive correspond à un équilibre thermique et hydrodynamique. On suppose, dans cette analyse, que l'inertie et la résistance thermiques de la paroi sont négligeables. De plus, on considère une température d'entrée du fluide égale à la température ambiante. Dans la zone asymptotique $T(0) \rightarrow T_h$ et $T(\pi) \rightarrow T_b$ et on suppose que le coefficient de transfert global externe h (rayonnement et convection) est constant sur tout le conduit. On pose, dans cette région, l'équi-

libre énergétique de la paroi métallique, rapporté à l'unité de surface, suivant la relation :

$$E = h[T_m - T_a] + H[T_h - T_b] \quad (2)$$

où T_m est la température moyenne de la paroi et H un coefficient de transfert interne associé au phénomène de convection naturelle responsable de l'écart de température $(T_h - T_b)$. Dans ces conditions et compte tenu de l'allure des courbes de Gauss présentées ci-dessus, la température T_m s'écrit :

$$T_m = [T_h - T_b] \frac{1}{2\sqrt{(\pi\gamma^2)}} + T_b \quad (3)$$

Dans la région asymptotique, les courbes $T_h(z)$ et $T_b(z)$ sont parallèles et γ tend vers une limite γ_l . Cette

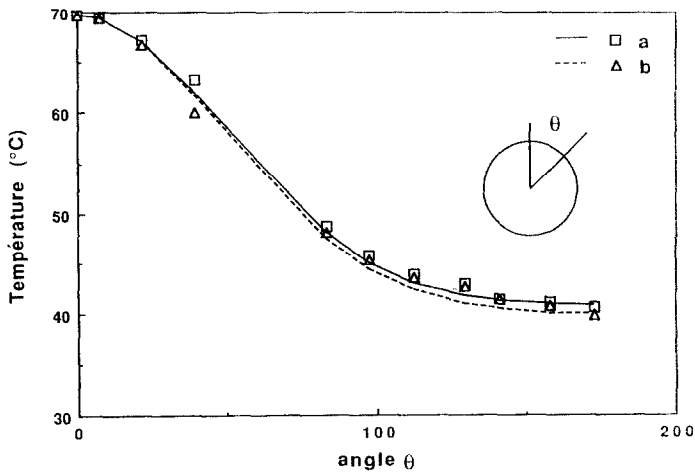
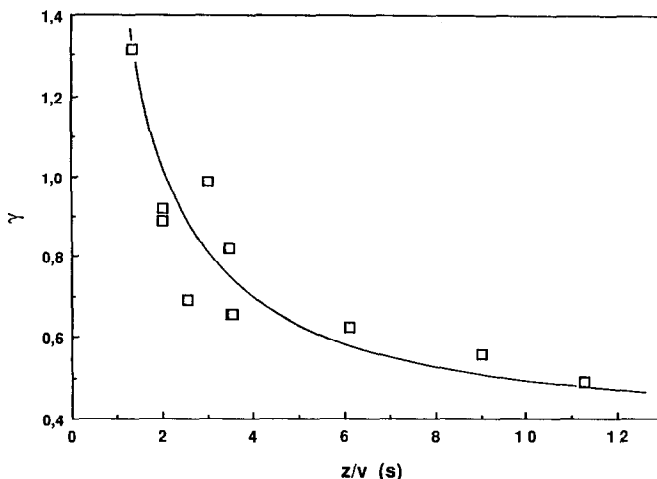


FIG. 5. Evolution de la température de paroi en fonction de l'angle θ pour une même valeur du rapport z/r , les débits étant différents; les traits pleins représentent les courbes de Gauss correspondantes: (a) $v = 13,25$ cm s^{-1} , $z = 44$ cm; (b) $v = 18,2$ cm s^{-1} , $z = 65$ cm.


 FIG. 6. Evolution du paramètre γ en fonction du rapport z/v .

limite peut être établie à partir de (2) et (3) en écrivant l'équation :

$$h[T_h - T_a] \frac{1}{2\sqrt{(\pi\gamma)}} + h[T_b - T_a] \left\{ 1 - \frac{1}{2\sqrt{(\pi\gamma)}} \right\} = E - H[T_h - T_b]. \quad (4)$$

Le second terme est alors constant et pour des raisons de comportement identique du système vis-à-vis des écarts de température $(T_h - T_a)$ et $(T_b - T_a)$, il est nécessaire que $\sqrt{(\pi\gamma)}$ soit égal à l'unité ; donc $\gamma_1 = 1/\pi$, ce qui est confirmé par l'extrapolation de la courbe de la Fig. 6. Dans ces conditions :

$$T_m = \frac{T_h + T_b}{2}.$$

En posant alors $(T_h - T_a) = k_1(T_b - T_a)$ et en utilisant l'équation (2), on trouve :

$$E = \left[h + H \frac{2(k_1 - 1)}{k_1 + 1} \right] (T_m - T_a) \quad (5)$$

ou bien :

$$E = \left[h \frac{k_1 + 1}{2(k_1 - 1)} + H \right] (T_h - T_b). \quad (6)$$

Pour des raisons de comportement symétrique vis-à-vis de h et H , il faut que les deux coefficients de h et H dans (5) et (6) soient égaux, soit $k_1 = 3$ si l'on suppose $T_h > T_b$. Ceci permet d'écrire que : $(T_m - T_a) = (T_h - T_b)$.

Dans nos conditions expérimentales, la somme $(h + H)$ est alors de l'ordre de $450 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, ce qui donne un coefficient de transfert relatif aux rouleaux convectifs d'environ $440 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Par ailleurs, dans la zone asymptotique $T(\theta)$ devient :

$$T(\theta) = [T_h - T_b] \exp\left(-\frac{\theta^2}{\pi}\right) + T_b. \quad (7)$$

Les résultats expérimentaux montrent que $(T_h - T_a) = K_h I^2$ et $(T_b - T_a) = K_b I^2$. Soit avec $(T_h - T_a) = 3(T_b - T_a)$: $K_h = 3K_b$.

Dans la zone asymptotique K_h et K_b sont indépendants du rapport z/v . On peut alors, de façon générale, montrer que la température de paroi s'écrit :

$$T(\theta) - T_a = \beta I^2 \left[\exp\left(-\frac{\theta^2}{\pi}\right) + \frac{1}{2} \right]. \quad (8)$$

La valeur de β est calculée en utilisant le résultat expérimental pour $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$; on trouve : $\beta = 0,0116^\circ\text{C A}^{-2}$.

Afin d'étendre ce type de solution à toute la zone AB, on propose une relation du type :

$$T(\theta) - T_a = \beta I^2 \left[\exp\left(-\frac{\theta^2}{\pi}\right) + \frac{1}{2} \right] \times \left[1 - \exp\left(-A \left(\theta, \frac{z}{v}\right) \frac{z}{v}\right) \right]. \quad (9)$$

On peut alors calculer $A(\theta, z/v)$ par la relation :

$$A\left(\theta, \frac{z}{v}\right) = -\frac{v}{z} \log \left[1 - \frac{X\left(\theta, \frac{z}{v}\right)}{\beta \left[\exp\left(-\frac{\theta^2}{\pi}\right) + \frac{1}{2} \right]} \right]. \quad (10)$$

$X(\theta, z/v)$ étant évalué expérimentalement selon l'expression :

$$X\left(\theta, \frac{z}{v}\right) = \frac{T\left(\theta, \frac{z}{v}\right) - T_a}{I^2}. \quad (11)$$

La Fig. 7 montre l'évolution de $A(0, z/v)$ et $A(\pi, z/v)$. La Fig. 8 donne $A(\theta, z/v)$ pour trois valeurs de z/v . La variation de A avec θ caractérise le com-

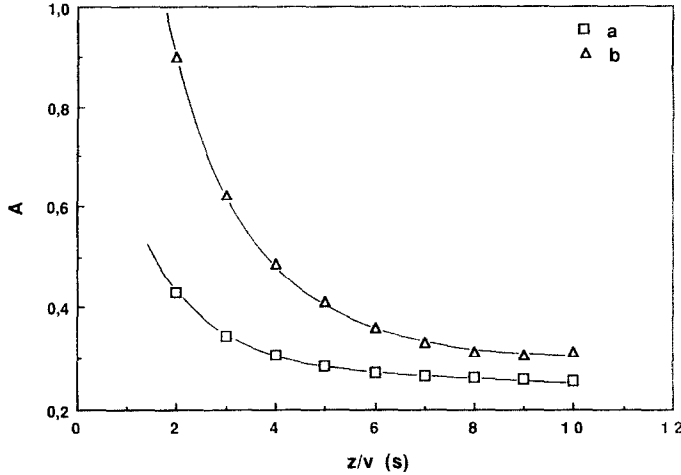


FIG. 7. Evolution du paramètre $A(\theta, z/v)$ en fonction de z/v : (a) haut de conduit ($\theta = 0$); (b) bas du conduit ($\theta = 180$).

portement thermique de l'écoulement dans une section droite. On constate la présence de deux zones nettement différenciées correspondant à la partie supérieure et à la partie inférieure du conduit. On remarque que la seconde est très sensible au paramètre z/v dans la région d'établissement, ce qui correspond à une modification progressive de la structure de l'écoulement soit, comme on le verra dans le paragraphe suivant, un écrasement de rouleaux convectifs dans cette zone.

Afin de vérifier le modèle proposé, nous présentons sur la Fig. 9 une comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux calculés avec l'expression analytique. Nous n'avons pas effectué cette comparaison pour la zone proche de la borne électrique située à l'entrée du conduit, afin d'éviter d'avoir à prendre en compte la conduction thermique longitudinale quand les gradients de température sont importants.

Pour ce qui concerne la zone BC, les rouleaux étant établis, le système paroi-fluide évolue linéairement jusqu'à l'établissement thermique, tant que les pertes thermiques sont négligeables devant la puissance in-

cidente. La température moyenne du fluide croît linéairement avec le temps de parcours z/v et s'écrit :

$$T_f = mI^2 \frac{z}{v} + T_e. \tag{12}$$

Dans nos conditions expérimentales on peut assimiler T_e à T_a . Le paramètre m est une constante du système tel que :

$$m = \frac{RS}{\rho cs}. \tag{13}$$

Le température de la paroi peut s'écrire :

$$T(\theta) = mI^2 \frac{z}{v} + C(\theta) \tag{14}$$

où $C(\theta)$ est calculé à partir de la continuité de la température entre les deux zones AB et BC, frontière située aux environs de $z/v = 10$ s. On obtient :

$$C(\theta) = I^2 \left\{ \beta \left[\exp\left(-\frac{\theta^2}{\pi}\right) + \frac{1}{2} \right] - 10m \right\} + T_a. \tag{15}$$

Cette zone BC, correspondant à une variation linéaire de la température, est caractérisée par l'existence de l'écart de température ($T_h - T_b$), acquis à la fin de la zone AB. La montée générale de la température correspond en fait à un établissement thermique qui se produira à une température moyenne T_m telle que :

$$E = h_{T_m} [T_m - T_a]. \tag{16}$$

L'approche analytique que nous venons d'effectuer nous a permis de caractériser le comportement thermique de l'écoulement dans les deux zones AB et BC en utilisant un coefficient de transfert H rapporté à l'écart de température [$T(0) - T(\pi)$].

Le transfert peut aussi, de façon plus classique, être défini par rapport à l'écart des températures moyennes entre le métal et le fluide. Compte tenu des lois de

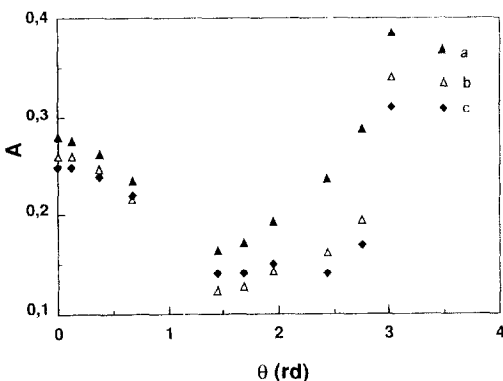


FIG. 8. Evolution du paramètre $A(\theta, z/v)$ en fonction de l'angle θ , exprimé en radians, pour diverses valeurs du rapport z/v : (a) $z = 65$ cm, $v = 13,25$ cm s^{-1} ; (b) $z = 65$ cm, $v = 7,2$ cm s^{-1} ; (c) $z = 81$ cm, $v = 7,2$ cm s^{-1} .

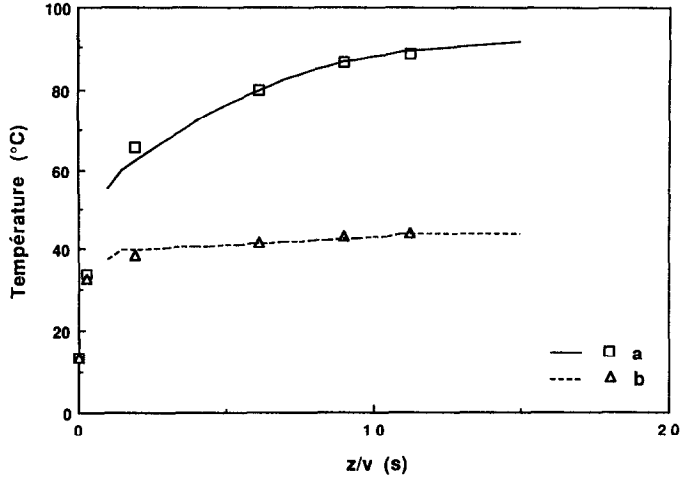


FIG. 9. Comparaison entre les valeurs des températures expérimentales et calculées à l'aide de la relation (9) : (a) haut du conduit ; (b) bas du conduit.

comportement que nous venons d'énoncer, il devient aisé de déterminer la variation du coefficient de transfert pari-fluide moyen h_f et local $h_f(\theta)$ à partir des équations relatives au bilan énergétique du fluide et à celui de la paroi :

$$E = h_{T_m}[T_m - T_a] + h_f[T_m - T_f] \quad (17)$$

$$E = h[T(\theta) - T_a] + h_f(\theta)[T(\theta) - T_f]. \quad (18)$$

Sur la Fig. 10, sont représentées les variations du nombre de Nusselt moyen Nu et local, $Nu(0)$ et $Nu(\pi)$, en fonction du logarithme décimal de (z/v) . La Fig. 11 représente la variation de $Nu(\theta)$ en fonction de θ . On constate le même changement de comportement vers $z/v = 10$ s avec un accroissement préalable du transfert métal-fluide correspondant à l'installation des rouleaux, suivi d'une décroissance due à l'établissement thermique dans une zone hydrodynamiquement établie.

4. APPROCHE NUMERIQUE

4.1. Equations gouvernantes

Les équations régissant ce problème tridimensionnel stationnaire de convection mixte sont les suivantes :

$$\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + \rho v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial z} \right)$$

$$\rho v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + \rho v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) - \rho_0 g \beta_T (T - T_0)$$

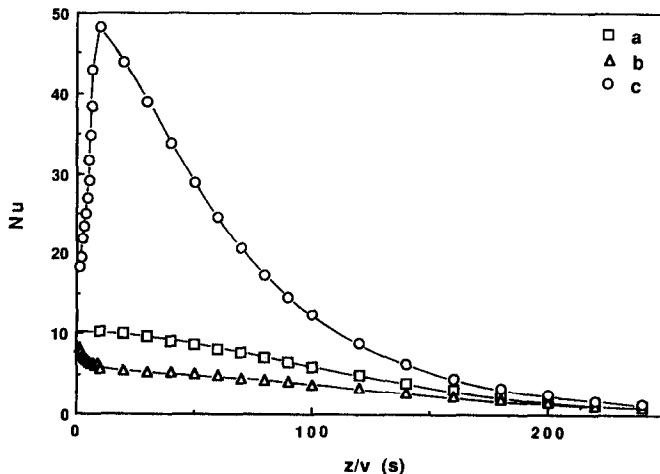


FIG. 10. Evolution du nombre de Nusselt local et moyen en fonction de z/v : (a) Nusselt moyen ; (b) Nusselt pour le haut du conduit ; (c) Nusselt pour le bas du conduit.

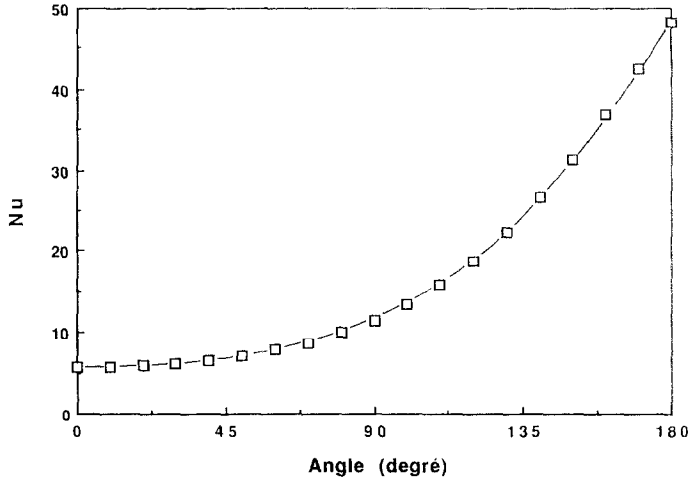


FIG. 11. Evolution du nombre de Nusselt en fonction de l'angle θ pour une valeur de z/r supérieure à 10 s.

$$\rho v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (19)$$

$$\rho C_p \left[v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q \quad (20)$$

avec une approximation de Boussinesq (la gravité s'exerçant suivant la direction y) :

avec les conditions aux limites suivantes :
 $T = T_c$ à l'entrée du tube

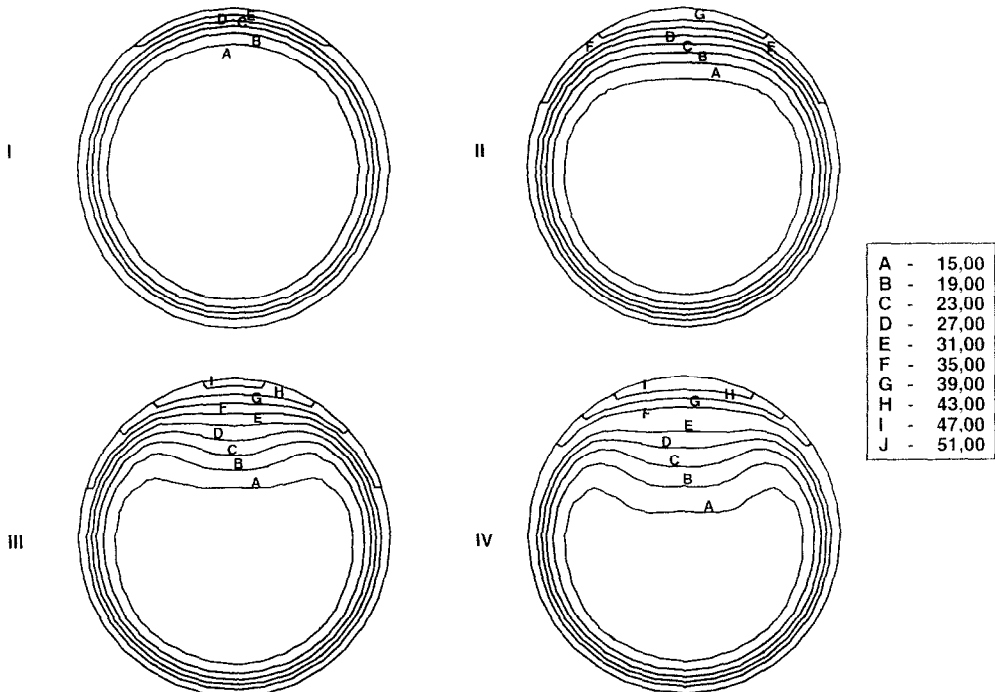


FIG. 12. Variation des isothermes le long du conduit : (I) $z = 3$ cm ; (II) $z = 7$ cm ; (III) $z = 11$ cm ; (IV) $z = 15$ cm.

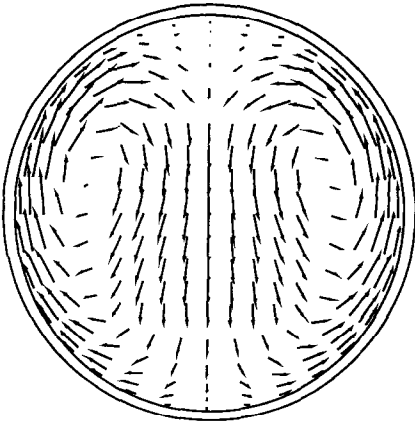


FIG. 13. Champ des vecteurs vitesse dans une section droite ($v = 7,2 \text{ cm s}^{-1}$, $z = 13 \text{ cm}$ et $I = 56 \text{ A}$).

$$q_v = h_{(\text{conv} + \text{rad})} [T - T_\infty] \text{ sur le tube.}$$

En raison de la variation des propriétés physiques du fluide, les équations ci-dessus ne seront pas adimensionnées lors de la résolution.

4.2. Résolution numérique

La méthode des éléments finis est employée pour résoudre ces équations. Cette méthode consiste à diviser le domaine étudié en un certain nombre d'éléments (formant le maillage), à intégrer les équations différentielles du système dans chacun des domaines et à approcher les solutions à l'aide de fonctions d'interpolation, généralement polynômiales.

L'application de la méthode des éléments finis aux équations de Navier-Stokes couplées à l'équation de la chaleur conduit à la résolution d'un système non-linéaire d'équations algébriques qui peuvent être représentées sous la forme matricielle suivante: $K(U)U = F$

- où : K : matrice globale du système
- U : vecteur des inconnues (v_x, v_y, v_z, p, T)
- F : vecteur second membre.

La résolution classique d'un problème tridimensionnel où les équations de Navier-Stokes et de l'énergie sont fortement couplées conduit à la formation d'un système matriciel qui englobe toutes les inconnues simultanément. Notre maillage comporte

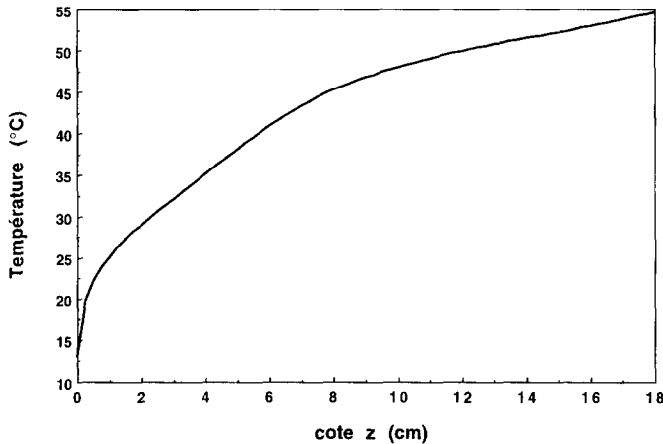


FIG. 14. Evolution de la température pour le haut du conduit ($v = 7,2 \text{ cm s}^{-1}$, $I = 56 \text{ A}$ et $y/r = 0,5$).

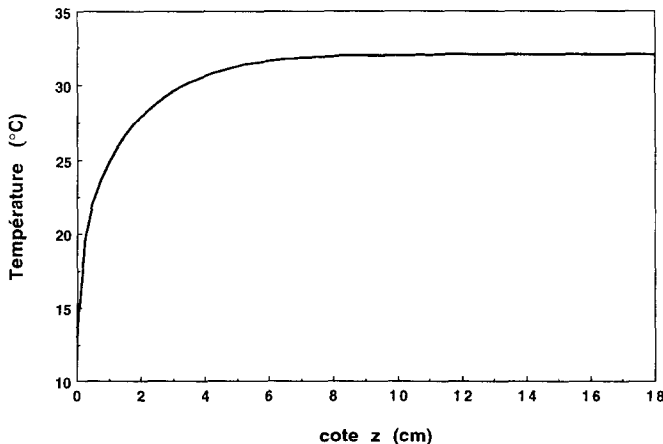


FIG. 15. Evolution de la température pour le bas du conduit ($v = 7,2 \text{ cm s}^{-1}$, $I = 56 \text{ A}$ et $y/r = -0,5$).

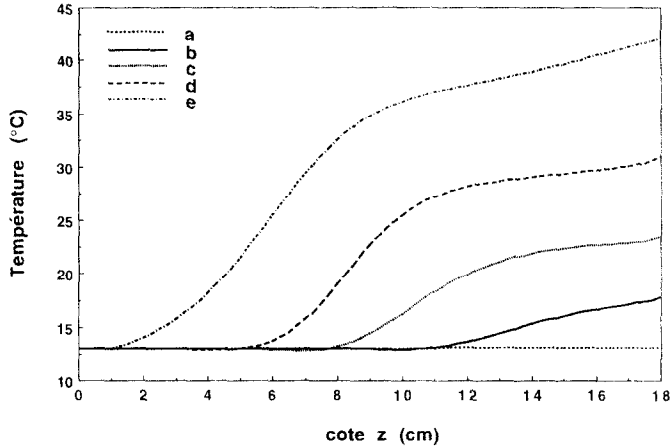


FIG. 16. Evolution de la température du fluide en fonction de z pour différentes positions dans une section droite ($v = 7,2 \text{ cm s}^{-1}$, $I = 56 \text{ A}$): (a) $y/r = -0,3$; (b) $y/r = 0,1$; (c) $y/r = 0,2$; (d) $y/r = 0,3$; (e) $y/r = 0,4$.

25 000 nœuds et éléments, soit 125 000 inconnues. La détermination d'un tel système matriciel nécessite des capacités de stockage et de mémoire très importantes aussi nous avons choisi de le résoudre à l'aide d'un solveur itératif.

Son principal avantage est d'éviter la formation d'un système matriciel global et de le décomposer en sous-systèmes associés à la détermination de chaque inconnue v_x, v_y, v_z, p et T :

$$\begin{aligned}
 K_x v_x - C_x p &= F_x \\
 K_y v_y - C_y p &= F_y \\
 K_z v_z - C_z p &= F_z \\
 C_x^T v_x + C_y^T v_y + C_z^T v_z &= 0 \\
 K_T T &= F_T.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Ces sous-systèmes sont résolus séquentiellement par une méthode d'élimination de Gauss. Le coût de stockage est ainsi bien moindre; en contrepartie, le nombre d'itérations nécessaires à la convergence est plus important.

En raison de la finesse du maillage (donc du nombre

d'éléments) qu'il est nécessaire d'avoir pour représenter les phénomènes physiques, l'étude numérique ne s'est effectuée que sur les 18 premiers centimètres. Les calculs ont été menés à l'aide du logiciel FIDAP, sur un SUN SparcStation II.

Les Figs. 12 et 13 montrent d'une part, l'évolution des isothermes dans le fluide et, d'autre part, l'allure de la distribution des vecteurs vitesse; on constate la présence de deux rouleaux convectifs dans une section droite. Les Figs. 14–16 représentent les variations de la température en haut et en bas du conduit dans une même section droite, ainsi que l'évolution de la distribution de température dans le fluide; enfin, la Fig. 17 donne la distribution de température à la paroi, dans une section droite, en fonction de la cote z .

5. CONCLUSION

Le but de cette étude était la description du comportement thermique d'un conduit cylindrique, horizontal, soumis à l'apport d'une puissance incidente constante et uniforme à la paroi. Nous nous sommes

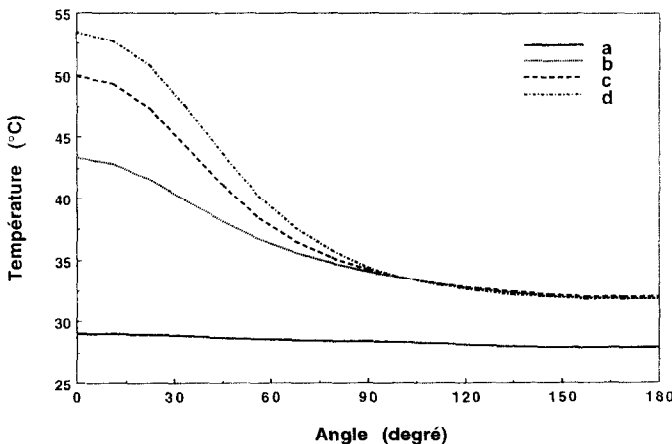


FIG. 17. Distribution de la température à la paroi dans une section droite ($v = 7,2 \text{ cm s}^{-1}$, $I = 56 \text{ A}$): (a) $z = 2 \text{ cm}$; (b) $z = 7 \text{ cm}$; (c) $z = 12 \text{ cm}$; (d) $z = 17 \text{ cm}$.

placés en régime laminaire pour lequel la convection mixte joue un rôle prépondérant.

L'ensemble des champs thermiques sont régis par la succession des deux types de régime suivants :

- Établissement hydrodynamique d'un écoulement secondaire caractérisé par la présence de deux rouleaux transversaux contrarotatifs.

- Établissement thermique caractérisé par une montée de la température moyenne de la paroi métallique en conservant une distribution de température non uniforme, dans une section droite.

Les lois régissant ce comportement ont été établies uniquement à partir de la mesure de la température de paroi par thermographie infrarouge. Ainsi, l'étude expérimentale et analytique a essentiellement concerné le champ de température au niveau de la paroi. Cependant, l'étude numérique nous a permis de visualiser l'évolution des écoulements secondaires au sein du fluide, en fonction du paramètre z/v , laquelle est cohérente avec celle du paramètre $A(\theta, z/v)$.

Une telle description en régime laminaire représente ainsi une base permettant d'aborder la transition laminaire-turbulent pour laquelle on constate expérimentalement un phénomène d'intermittence. Ceci fera l'objet de notre prochaine investigation.

BIBLIOGRAPHIE

1. T. B. Drew, Heat transfer in stream-line flow, *Trans. Am. Inst. Chem. Engrs* **27**, 81 (1931).
2. A. P. Colburn, A method of correlating forced convection heat transfer data and a comparison with fluid friction, *Trans. Am. Inst. Chem. Engrs* **29**, 174 (1933).
3. B. R. Morton, Laminar convection in uniformly heated pipes at low Rayleigh numbers, *Q. J. Mech. Appl. Math.* **12**, 410 (1959).
4. W. Jackson, J. M. Spurlock and K. R. Purdy, Combined free and forced convection in constant temperature horizontal tube, *A.I.Ch.E. JI 7*, 38 (1961).
5. D. R. Oliver, The effect of natural convection on viscous-flow heat transfer in horizontal tubes, *Chem. Engng Sci.* **17**, 335-350 (1962).
6. A. R. Brown and M. A. Thomas, Combined free and forced convection heat transfer for laminar flow in horizontal tubes, *J. Mech. Engng Sci.* **7**(4), 440-448 (1965).
7. Y. Mori, K. Futagami, S. Tokuda and M. Nakamura, Forced convective heat transfer in uniformly heated horizontal tubes, *Int. J. Heat Mass Transfer* **9**, 453-463 (1966).
8. Y. Mori and K. Futagami, Forced convective heat transfer in uniformly heated horizontal tubes, *Int. J. Heat Mass Transfer* **10**, 1801-1813 (1967).
9. Jenn-Wuu Ou, K. C. Cheng and Ran-Chau Lin, Natural convection effects on Graetz problem in horizontal rectangular channels with uniform wall temperature for large Pr , *Int. J. Heat Mass Transfer* **17**, 835-843 (1974).
10. S. V. Patankar, S. Ramadhyani and E. M. Sparrow, Effect of circumferentially nonuniform heating on laminar combined convection in a horizontal tube, *J. Heat Transfer* **100**, 63-70 (1978).
11. C. A. Hieber, Mixed convection in an isothermal horizontal tube: some recent theories, *Int. J. Heat Mass Transfer* **24**, 315-322 (1981).
12. P. Skerget, A. Alujevic, G. K. Kuhn and C. A. Brebbia, Natural convection flow problems by BEM, *9th Int. Conf. on Boundary Element Method*, Stuttgart. Springer, Berlin (1987).
13. Hin-Sum Law, J. H. Masliyah and K. Nandakumar, Effect of nonuniform heating on laminar mixed convection in ducts, *J. Heat Transfer* **109**, 131-137 (1987).
14. H. V. Mahaney, F. P. Incropera and S. Ramadhyani, Development of laminar mixed convection flow in a horizontal rectangular duct with uniform bottom heating, *Numer. Heat Transfer* **12**, 137-155 (1987).
15. A. J. Ghajar and Y. H. Zurigat, Microcomputer-assisted heat transfer measurement/analysis in a circular tube, *Int. J. Appl. Engng* **7**(2), 125-134 (1991).

STUDY OF MIXED CONVECTION IN A CYLINDRICAL DUCT. ANALYTICAL/NUMERICAL APPROACHES AND EXPERIMENTAL DETERMINATION OF WALL TEMPERATURE BY INFRARED THERMOGRAPHY

Abstract—Laminar flow in a horizontal heated duct is characterized by a temperature gradient between the top and the bottom of a cross section due to mixed convection phenomenon. Wall temperature field is measured by infrared thermography. The aim of this paper is to present experimental results and analytical study allowing us to put in a prominent position some parameters which take into account the mixed convection phenomenon and, thereby, to describe the thermal behaviour of the duct. The numerical approach, using the Navier-Stokes equations coupled to the energy equation, completes this study showing, therefore, the secondary flow and the fluid temperature field in a cross section.